

제 2 교시

수 학 영 역 (나 형)

5지 선 다 형

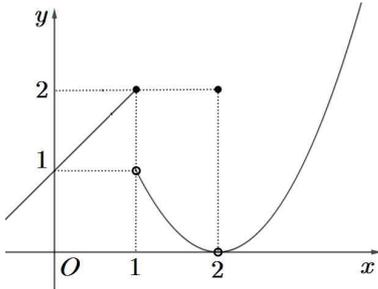
1. $3^{\frac{5}{2}} \times 3^{-\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]
 ① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 3 ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ 9

2. 함수 $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + 2x^3$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]
 ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

3. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 6, A \cap B = \{3, 4\}$ 일 때, $n(A - B)$ 의 값은? [2점]
 ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 두 사건 A, B 에 대하여 $P(A) = \frac{1}{3}, P(A \cap B^c) = \frac{1}{6}$ 일 때, $P(A^c \cup B^c)$ 의 값은? (단, A^c 은 A 의 여사건이다.) [3점]
 ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ $\frac{11}{12}$

5. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 닫힌 구간 $[0, 2]$ 에서 함수 $y = \frac{2x+5}{x+1}$ 의 최댓값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 함수 $f(x) = \int_4^x (2t-1)(3t+1)dt$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① -6 ② -4 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

8. 실수 x 에 대하여 두 조건 p, q 가 다음과 같다.

$p : x < -1$ 또는 $x > 2$,

$q : (x+1)(x-2) \neq 0$

다음 중 참인 명제는? [3점]

- ① $p \rightarrow q$ ② $\sim p \rightarrow \sim q$ ③ $q \rightarrow \sim p$
 ④ $q \rightarrow p$ ⑤ $\sim p \rightarrow q$

9. 다항식 $\left(x + \frac{1}{2}\right)^{10}$ 의 전개식에서 x^k 의 계수가 x^{k+1} 의 계수보다 크게 되는 자연수 k 의 최솟값은? [3점]
- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

10. 어느 모집단의 확률변수 X 의 확률분포가 다음 표와 같다.

X	0	1	2	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{4}$	a	b	1

- $E(X^2) = \frac{3}{2}$ 일 때, 이 모집단에서 임의추출한 크기가 40인 표본의 표본평균 \bar{X} 에 대하여 $V(\bar{X})$ 의 값은? [3점]
- ① $\frac{1}{80}$ ② $\frac{1}{60}$ ③ $\frac{1}{30}$ ④ $\frac{1}{20}$ ⑤ $\frac{1}{15}$

11. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$a_n + 2b_n = 10$ 을 만족시킨다. $\sum_{k=1}^{10} (a_k + 6b_k) = 180$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} b_k$ 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

12. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2} = 1$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 2$$

$f(3)$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② 3 ③ 8 ④ $\frac{28}{3}$ ⑤ $\frac{32}{3}$

13. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z 의 모든 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는? [3점]

(가) $x+y+z=12$
 (나) $1 \leq y+z \leq 11$

- ① 80 ② 77 ③ 74 ④ 71 ⑤ 68

14. 서로 다른 4개의 주사위를 동시에 던져서 나오는 눈의 수의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 하자.

$M \times m \geq 16$ 일 확률은? [4점]

- ① $\frac{173}{6^4}$ ② $\frac{181}{6^4}$ ③ $\frac{191}{6^4}$
 ④ $\frac{211}{6^4}$ ⑤ $\frac{241}{6^4}$

15. 정수 전체의 집합의 부분집합 중 원소의 개수가 2인 집합 X 에 대한 다음 두 명제가 모두 참이 되도록 하는 집합 X 의 개수는? [4점]

(가) 집합 X 의 모든 원소 x 에 대하여 $x^2 - 8x + 7 < 0$ 이다.
 (나) 집합 X 의 어떤 원소 x 에 대하여 $x^2 - 4x - 5 \geq 0$ 이다.

- ① 7 ② 6 ③ 5 ④ 4 ⑤ 3

16. 어느 도시에서 방학 기간에 PC방을 이용한 경험이 있는 고등학생의 비율을 알아보기 위하여 이 도시의 고등학생 중 400명을 임의추출하여 조사한 결과 80%의 학생이 방학 기간에 PC방을 이용한 한 경험이 있는 것으로 나타났다. 이 결과를 이용하여 이 도시 전체 고등학생 중 방학 기간에 PC방을 이용한 경험이 있는 고등학생의 비율 p 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면 $a \leq p \leq b$ 이다. $b-a$ 의 값은? (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [4점]
- ① 0.0980 ② 0.0784 ③ 0.0588 ④ 0.0392 ⑤ 0.0196

17. 한 쪽 면에는 정수가, 다른 쪽 면에는 알파벳의 대문자 또는 소문자가 적혀 있는 카드가 '카드의 한 쪽 면에 음이 아닌 정수가 적혀 있으면 다른 쪽 면에는 대문자가 적혀있다.'라는 규칙을 따른다고 한다. 한 쪽 면에 $Q, -1, 0, g, 6, A, -3, r$ 이 적혀 있는 카드가 책상 위에 있을 때, 위의 규칙이 맞는 카드인지 알아보기 위하여 다른 쪽 면을 반드시 확인할 필요가 있는 카드는 개수는? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

18. 주머니에 파란 구슬 2개와 빨간 구슬 18개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 구슬을 한 개씩 꺼내는 시행을 할 때, $n(n=2, 3, \dots, 20)$ 번째 꺼낸 구슬이 두 번째로 나온 파란 구슬이면 이 시행을 멈추고 n 의 값을 확률변수 X 라 하자. 다음은 $E(-X+30)$ 의 값을 구하는 과정이다.

(단, 꺼낸 구슬은 다시 넣지 않는다.)

$(n-1)$ 번째까지 파란 구슬 1개와 빨간 구슬 $(n-2)$ 개가 나올 확률은 \square (가) 이고, n 번째에 파란 구슬이 나올 확률은 \square 이므로

$$P(X=n) = \square \text{ (가)} \times \square \text{ 이다.}$$

$$E(X) = \sum_{n=2}^{20} \{n \times P(X=n)\} = \square \text{ (나)} \text{ 이므로}$$

$$E(-2X+30) = \square \text{ (다)} \text{ 이다.}$$

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(n)$ 이라 하고 (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b 라 할 때, $19f(11)+a+b$ 의 값은? [4점]

- ① 22 ② 23 ③ 24 ④ 25 ⑤ 26

19. 모든 항이 양수인 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에서 일반항 a_n, b_n 은 각각 n 에 대한 이차식이다.

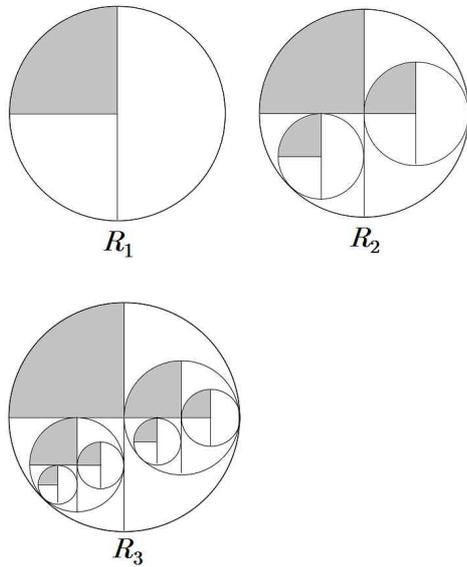
$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = 4$ 일 때, 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

— 보기 —

- ㄱ. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{a_n + b_{100}}}{\sqrt{b_n + a_{100}}} = 4$
- ㄴ. 수열 $\{a_n - 4b_n\}$ 은 수렴한다.
- ㄷ. 수열 $\{\sqrt{a_n} - 2\sqrt{b_n}\}$ 은 수렴한다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 반지름의 길이가 2인 원이 있다. 그림과 같이 반원 한 개와 사분원 두 개에서 사분원 한 개를 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 원 안에 색칠하지 않는 반원과 사분원에 내접하는 두 원을 그린 후 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 그림 R_2 에서 색칠하지 않는 반원과 사분원에 내접하는 네 원을 그린 후 R_2 을 얻는 것과 같은 방법으로 색칠하여 얻은 그림을 R_3 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 모든 사분원의 넓이의 합을 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{2\pi(8\sqrt{2}+9)}{47}$
- ② $\frac{4\pi(4\sqrt{2}+3)}{47}$
- ③ $\frac{4\pi(8\sqrt{2}+9)}{47}$
- ④ $\frac{4\pi(16\sqrt{2}+9)}{47}$
- ⑤ $\frac{4\pi(8\sqrt{2}+15)}{47}$

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 a 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_a^x f(t) dt$$

라 하자. 함수 $f(x)$ 와 함수 $g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) + f(-x) = 0$ 이다.
 (나) 함수 $y = g(x)$ 의 그래프가 x 축과 만나는 서로 다른 점의 개수가 3이 되도록 하는 a 는 3개다.

모든 실수 x 에 대하여 $g(x) \geq -\frac{1}{4}$ 일 때, $f(2)$ 의 최솟값은?

[4점]

- ① 10 ② 9 ③ 8 ④ 7 ⑤ 6

단답형

22. ${}_3H_2 + {}_3H_2$ 의 값을 구하시오.

[3점]

23. 첫째항과 공차가 같은 등차수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_3 + a_7 = 100$$

를 만족시킬 때, a_8 의 값을 구하시오.

[3점]

24. 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{4}\right)$ 을 따르는 확률변수 X 에 대하여
 $V(4X-1)=45$ 일 때, n 의 값을 구하시오.

[3점]

25. 함수 $y = \sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축으로 k 만큼, y 축의 방향으로
 $2k$ 만큼 평행이동시킨 그래프가 점 $(6, 6)$ 를 지난다. 상수 k 의
 값을 구하시오. (단, k 는 정수이다.)

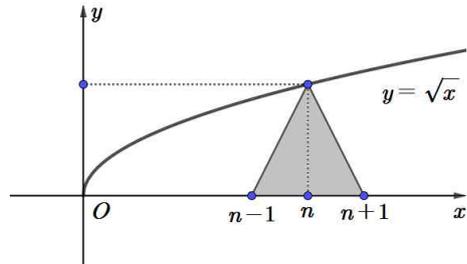
[3점]

26. 함수 $y = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의
 방향으로 -2만큼 평행이동한 후, x 축에 대하여 대칭이동
 하였더니 함수 $y = \frac{5}{x}$ 의 그래프와 일치하였다. $a+b+c$ 의 값을
 구하시오. (단, a, b, c 는 상수이다.)

[4점]

27. 흰 공 3개, 검은 공 3개가 들어 있는 주머니에서 A, B, C, D 네 사람이 차례로 임의로 한 개씩 공을 꺼낸다. A, B, C 중 적어도 한 명이 흰 공을 꺼내지 못했을 때, A, B, C, D 네 사람이 검은 공을 3개 꺼낼 확률이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, 꺼낸 공은 다시 넣지 않고 p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

28. 자연수 n 에 대하여 곡선 $y = \sqrt{x}$ 위의 점 (n, \sqrt{n}) 두 점 $(n-1, 0), (n+1, 0)$ 을 세 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{80} \frac{1}{a_n + a_{n+1}}$ 의 값을 구하시오. [4점]



29. 실수 전체에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족한다.

(가) $f(x) = \begin{cases} x^2 & (0 \leq x < 2) \\ 4(x-3)^2 & (2 \leq x < 3) \end{cases}$
 (나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(x+3)$ 이다.

이때, $\sum_{k=1}^{10} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(k+h) - f(k-h)}{2h}$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $g(x)$ 와 실수 a, b 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + ax + b & (x < -1) \\ g(x) & (x \geq -1) \end{cases}$$

이고 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $f(x)$ 는 $x = -1$ 에서 미분가능하다.
- (나) 함수 $|f(x)|$ 는 $x = p$ ($p < -1$)에서만 미분가능하지 않다.
- (다) 함수 $|f(x) - f(-1)|$ 은 $x = q$ ($q > -1$)에서만 미분가능하지 않다.

$f(0)$ 의 값이 최소일 때, $f(-2) + f(1)$ 의 최솟값은?

[4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.