유형 3 $\dfrac{0}{0}$꼴과 $0\times\infty$꼴의 극한값의 계산

출제유형 | $\lim_{x\to a}f(x)=0$, $\lim_{x\to a}g(x)=0$일 때,

$\lim_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}$의 값과 $\lim_{x\to a}f(x)=0$, $\lim_{x\to a}g(x)=\infty$

일 때, $\lim_{x\to a}f(x)g(x)$의 값을 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | (1) $\dfrac{0}{0}$꼴의 분수식인 경우 분모와 분자를 각각 인수분해한 후 약분하여 구하고, 무리식인 경우 $(A+B)(A-B)=A^2-B^2$을 이용하여 식을 변형한 후 구한다.

(2) $0\times\infty$꼴의 경우 통분을 하거나 유리화하여 극한값을 구한다.

06

최고차항의 계수가 1이고 모든 항의 계수가 정수인 삼차함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to 1+}\left\{\frac{x-1}{\sqrt{f(x)}}+\frac{\sqrt{f(x)}}{x^2-x}\right\}=\frac{5}{2}$$

을 만족시킬 때, $f(7)$의 값은? [4점]

① 352 ② 354 ③ 356 ④ 358 ⑤ 360

07

다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^3}=f(0)-f(1)$
(나) $\lim_{x\to k}\frac{f(x)+x-k}{f(x)-x+k}=f(k)$ $(k=0,\ 1)$

$f(0)>f(1)$일 때, $f(2)$의 값을 구하시오. [4점]

08

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to 1}\left\{\frac{1}{f(x)}-\frac{1}{x^2-1}\right\}=1$$

을 만족시킬 때, $f(4)$의 값은? [4점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

함수의 극한 **단원 평가**

40

최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$에 대하여
함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} 2x-x^2 & (x<0) \\ f(x) & (x \geq 0) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이고

$$\lim_{x\to-\infty} xg\left(\frac{1}{x}\right)=\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{g(x)}-3x\right)$$

일 때, $\lim_{x\to0+}\frac{g(x)}{x}$의 값은? [4점]

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

41

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 $x=0$을 제외한 모든 실수에서 연속이고 $x=1$에서 미분가능하지 않은 함수 $g(x)$에 대하여

$x<0$일 때, $f(x)+g(x)=x^2+x+1$
$0<x<1$일 때, $f(x)-2g(x)=x^2+10$
$x>1$일 때, $f(x)+2x^2g(x)=-11x^2$

이다.

$$\lim_{x\to0-} g(x)+\lim_{x\to0+} g(x)=-4$$

$$\lim_{h\to0-}\frac{g(1+h)-g(1)}{h}-\lim_{h\to0+}\frac{g(1+h)-g(1)}{h}=-1$$

일 때, $f(2)$의 값을 구하시오. [4점]

유형 8 방정식에의 활용

출제유형 | 함수 $y=f(x)$의 그래프의 개형을 파악하여 방정식의 실근의 개수, 근의 종류를 구하는 문제가 출제된다.

출제유형잡기 | 함수 $f(x)$의 증가, 감소, 극대, 극소를 조사하여 함수 $y=f(x)$의 그래프를 그려서 x축, 직선 $y=k$와 만나는 점 등을 이용하여 방정식의 실근의 개수 등을 구한다.

103

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(x) \geq 0$이고, $x<0$일 때, $f(x)=x^2$이다.
모든 양수 t에 대하여 x에 대한 방정식 $f(x)=t$의 서로 다른 실근의 개수는 2이고, 이 방정식의 두 실근 중 작은 값을 $g(t)$, 큰 값을 $h(t)$라 하자.
두 함수 $g(t)$, $h(t)$는 모든 양수 t에 대하여

$$g(t)+3h(t)=k \ (k\text{는 상수})$$

를 만족시킨다. $f'(k+1)=90$일 때, $f(k+2)$의 값을 구하시오. [4점]

단원 평가

115

사차함수 $f(x)$와 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\{g(x)-x\}\left\{g(x)-\frac{f(x)}{x}\right\}=0$$

을 만족시킨다. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x^2}=1$
>
> (나) $\lim_{x\to 3}\frac{g(x)-g(3)}{x-3}$의 값은 존재하지 않는다.

$g(-1)=3$일 때, 모든 $\frac{g(4)}{g(2)}$의 값의 합은? [4점]

① -4　　② $-\frac{14}{3}$　　③ $-\frac{16}{3}$

④ -6　　⑤ $-\frac{20}{3}$

116

실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$가 $x\neq 0$인 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(1+x)f(1-x)=-x^4+36$
>
> (나) $g(1+x)+g(1-x)=x^2-4$

함수 $f(x)$와 $\left|\frac{f(x)}{g(x)}\right|$가 $x=1$에서 연속일 때, $\left|\frac{f(1)}{g(1)}\right|$의 값을 구하시오. [4점]