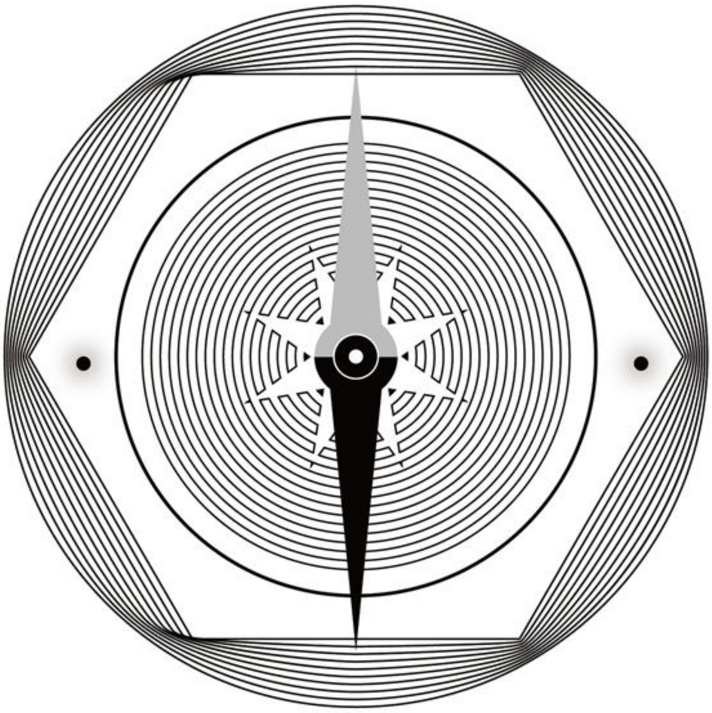
수능한권



수학 I

문제편

수능한권 수학 I Contents

수능을 한 권에 담다.
Big Data Report와 Analysis, 실전개념분석, Prism 해설지, 수능수학과 평가원 모든 문항을 한 권에

수능한권은 실전개념분석이 있는 파트와 워크북 파트가 있어요.
워크북에는 수능 전개년 + 평가원 8개년 4점 문제 중 현 15개정 시험범위에 맞춘 모든 수능문제가 있답니다.
수능을 정복하는 나만의 맞춤전략을 세워보세요.

수능한권 수학 I Preview

수능한권 Big Data Analysis

수능한권 실전개념분석

수능한권 수학 I WorkBook 1. 지수로그

수능한권 수학 I WorkBook 2. 삼각함수

수능한권 수학 I WorkBook 3. 수열

Big Data Report

현 평가원 4점 문항 출제비율

[수능]

[6월 & 9월 & 수능]

■ 최근 평가원에 평가영역 코드를 분석하면 계산영역에 대한 비중이 커지고 있다. 단순하게 사칙연산의 비중이 높아지는 것보다 계산에서의 추론 영역이 중요해지고 있다. 구하려고 하는 것이 무엇인가를 끊임없이 머릿속에서 염두하고 전개해 나가야 문제 풀다가 길을 잃지 않을 수 있다.

■ 현 평가원 수능 수학Ⅰ에서 4점으로 자주 출제되는 문항 Top5는 아래와 같다.

1위 - [경향05] 지수로그 그래프
공동 2위 - [경향08] 삼각함수 도형
- [경향15] 귀납적 정의
공동 4위 - [경향13] 시그마
- [경향07] 삼각함수 그래프

■ 수능뿐만 아니라 평가원 모의고사(6월,9월)까지 범위를 넓힌다면 4점 문항 출제비율의 Top5 순위가 조금 달라진다.

1위 - [경향05] 지수로그 그래프
2위 - [경향15] 귀납적 정의
3위 - [경향08] 삼각함수 도형
4위 - [경향07] 삼각함수 그래프
5위 - [경향09] 등차수열 합

■ 공통적으로 눈여겨봐야 할 경향은
[경향05] 지수로그 그래프
[경향15] 귀납적 정의 / [경향08] 삼각함수 도형
[경향07] 삼각함수 그래프다.

■ 이 중 [경향05] 지수로그 그래프와
[경향07] 삼각함수 그래프는
①각 단원의 개념을 튼튼하게 알고 있어야 하고
②'그래프 테크닉'까지 함께 실전 개념으로 알고 있어야 충분한 대비가 가능하다.

■ [경향08] 삼각함수 도형은 도형 문제의 특유의 접근법 정리만 잘되어 있다면 빠르게 극복 가능하다.

Major Trend

■ 특이한 점은 [경향13] 시그마 인데 6모, 9모에서는 고난도로 자주 나오지 않지만 수능에서는 고난도로 자주 출제된다는 것, [경향09] 등차수열(합) 경향은 평가원 모의고사에서는 자주 출제되지만 정작 수능에서는 자주 출제되지 않는다는 것이다.

■ 만약 시간이 많이 부족하다면 수능 기출 전 문항을 공부하는 것보다 4점 문항으로 자주 나오는 경향부터 우선적으로 공부하는 것이 유리하다.
다만 [경향05]는 [경향01]이 먼저 되어 있어야 하고 [경향07]는 [경향05]가 잘 되어 있어야 한다.

■ 수학Ⅰ 과목 특성상 다른 과목과 다르게 각각의 단원이 독립적이다. 즉, 삼각함수를 못한다고 수열을 못하라는 법이 없고, 지수로그를 잘 한다고 수열을 잘하는 것이 아니다. 수학Ⅱ나 미적분, 확률과 통계는 단원별로 개념이 이어지는데 수학Ⅰ 만큼은 그런 부분이 없다.

■ 작년 수능에서 수학Ⅰ은 7개의 경향에서 총 11문제 출제됐다. 삼각함수 그래프 경향은 출제되지 않고, 대신 삼각함수 도형 경향으로 쉬운 문제가 한 문제 더 출제됐다.

■ 작년 수능 수학Ⅰ의 출제 특징은
1. [경향05] 지수로그 그래프 문항이
   4점 문항으로 2문제 출제
2. [경향15] 귀납적 정의 (점화식)이
   3점 문항으로 출제
3. [경향07] 삼각함수 그래프가 출제되지 않았다는 점이다.

■ 지수로그 그래프 문항에서 변별력 확보, 귀납적 정의의 난이도 하락은 작년 6모와 9모에서 이미 예견되어 있던 것이라 올해에도 이 기조를 이어갈 가능성이 높다.

작년 수능 출제 문항 분류

단원	문항 수	2점	3점	4점
지수로그	4문제	1번 (경향01)	6번 (경향01)	10번 (경향05) 22번 (경향05)
삼각함수	3문제		8번 (경향06) 18번 (경향08)	14번 (경향08)
수열	4문제	3번 (경향13)	16번 (경향15)	12번 (경향10) 20번 (경향13)

수Ⅰ 최우선 기출 학습 경향정리

■ **15개정 수Ⅰ 최우선 학습 경향**

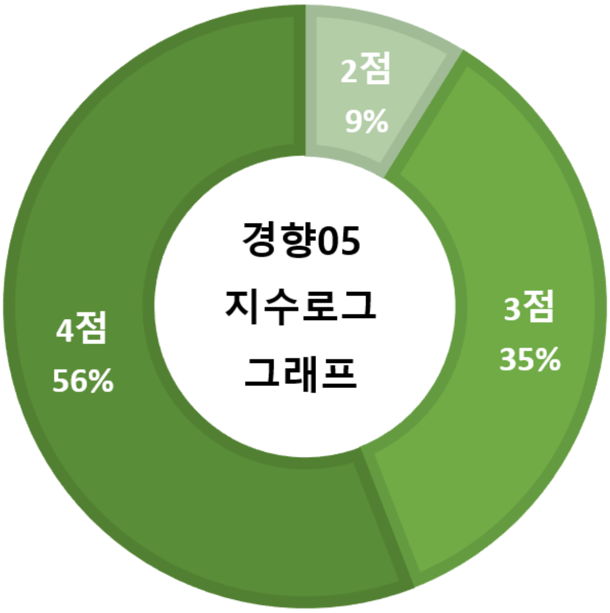
경향01 지수로그 계산 ★★★
경향05 지수로그 그래프 ★★★

경향06 삼각함수 계산 ★★★
경향07 삼각함수 그래프 ★★★
경향08 삼각함수 도형 ★★★

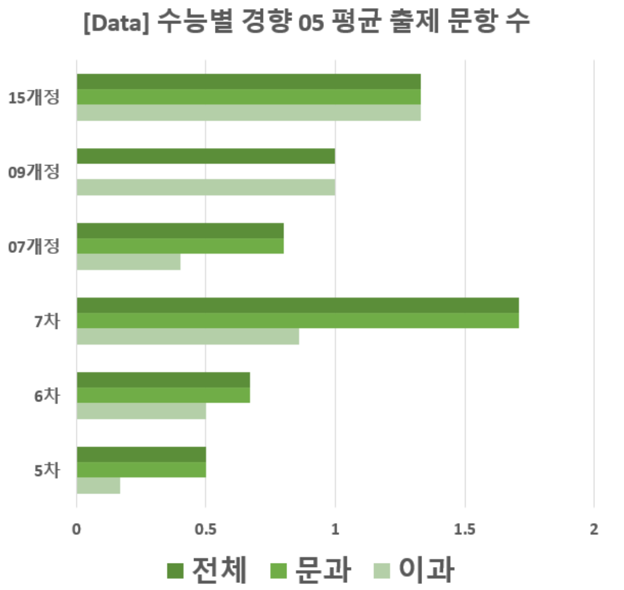
경향09 등차수열 (합) ★★☆
경향10 등비수열(합) ★★★
경향13 시그마 ★★★
경향15 귀납적 정의 ★★★

경향 05 Minor Trend

경향05 수능 출제 난이도



경향05 수능별 데이터 (1)



COMMENT

바야흐로 지금 수능은 지수로그 고난도 그래프 시대다. 현 평가원이 7차 교육과정의 유행 패턴과 비슷한 모습을 보이더니 작년 평가원은 특히 더 심하게(?) 출제하였다. 작년 6월 평가원에서 10번과 22번으로, 9월 평가원에서 12번과 22번으로 출제했고 26수능에서 평가원은 4점 문항 2개를 지수로그 그래프로 할애하였다. 공통범위 4점 문항 중 수1과목에 할당 되어 있는 4점 문항이 5개인데 그 중 40%가 지수로그 그래프에서 출제하고 있는 것이니 이 경향의 위상이 어느 정도인지 여실하게 보여준다고 생각한다.
최근 수능에서 수2 그래프에서 자주 나오던 출제 포인트(최대최소, 실근의 개수 등)를 섞어서 출제한 적도 있다. 전반적인 그래프 그리는 테크닉도 함께 연습해두는 편이 좋고 고난도 지수로그 계산도 섞여서 나오기 때문에 경향 01 지수로그 고난도 계산도 꼼꼼하게 살펴보자.

경향05 수능 출제 전망

[redacted]

15개정 평가원 100% 출제

경향05 지수로그 단원 내 출제 비율

25%

경향05 공부 우선순위

★★★

쉬운 문항부터 고난도 문항까지 빠짐없이

경향05 수능별 데이터 (2)

경향05 실전개념분석 022

1등급

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

22. [2024년 수능 (공통) 21번]
양수 a에 대하여 $x \geq -1$에서 정의된 함수 $f(x)$는

$$f(x)=\begin{cases} -x^2+6x & (-1 \leq x < 6) \\ a\log_4(x-5) & (x \geq 6) \end{cases}$$

이다. $t \geq 0$인 실수 t에 대하여 닫힌구간 $[t-1,\ t+1]$에서의 $f(x)$의 최댓값을 $g(t)$라 하자. 구간 $[0,\ \infty)$에서 함수 $g(t)$의 최솟값이 5가 되도록 하는 양수 a의 최솟값을 구하시오. [4점]

Analysis

$g(t)$를 규정하는 방식이 미분적분 그래프 고난도 문제에 자주 나오는 방식이다. 그만큼 그래프를 그리는 기본기가 얼마나 탄탄한지를 물어보는 문제이다.

경향 05 Minor Trend

경향05 실전개념분석 026

1등급

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

26. [2026년 수능 (공통) 22번]
곡선 $y=\log_{16}(8x+2)$ 위의 점 $\mathrm{A}(a, b)$와 곡선 $y=4^{x-1}-\frac{1}{2}$ 위의 점 B가 제1사분면에 있다. 점 A를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점이 직선 OB 위에 있고 선분 AB의 중점의 좌표가 $\left(\frac{77}{8}, \frac{133}{8}\right)$일 때, $a\times b=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

Analysis

■ **$y=f(px)$ 그래프**

$y=f(x)$의 그래프에 대한

$y=f(px)$의 그래프의 특징:

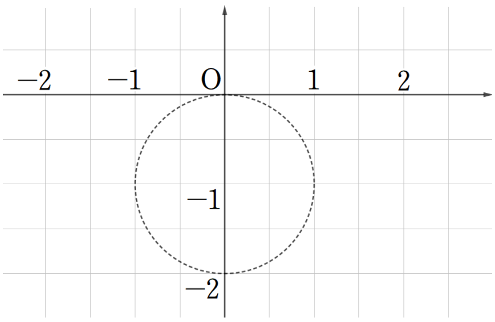
주어진 $x^2+(y+1)^2=1$의 그래프를

참고하여 아래 식의 그래프를 그리시오.

(1) $x^2+(y+1)^2=1$

(2) $(2x)^2+(y+1)^2=1$

(3) $\left(\frac{1}{2}x\right)^2+(y+1)^2=1$



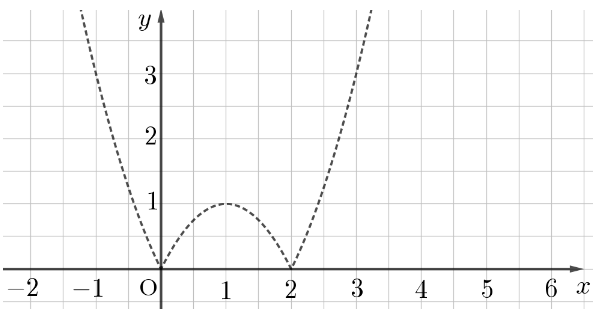
주어진 $y=\left|x^2-2x\right|$의 그래프를

참고하여 아래 식의 그래프를 그리시오.

(1) $y=\left|x^2-2x\right|$

(2) $y=\left|(2x)^2-2(2x)\right|$

(3) $y=\left|\left(\frac{1}{2}x\right)^2-2\left(\frac{1}{2}x\right)\right|$



■ **$py=f(x)$ 그래프**

$y=f(x)$의 그래프에 대한

$py=f(x)$의 그래프의 특징:

■ **$y=pf(x)$ 그래프**

$y=f(x)$의 그래프에 대한

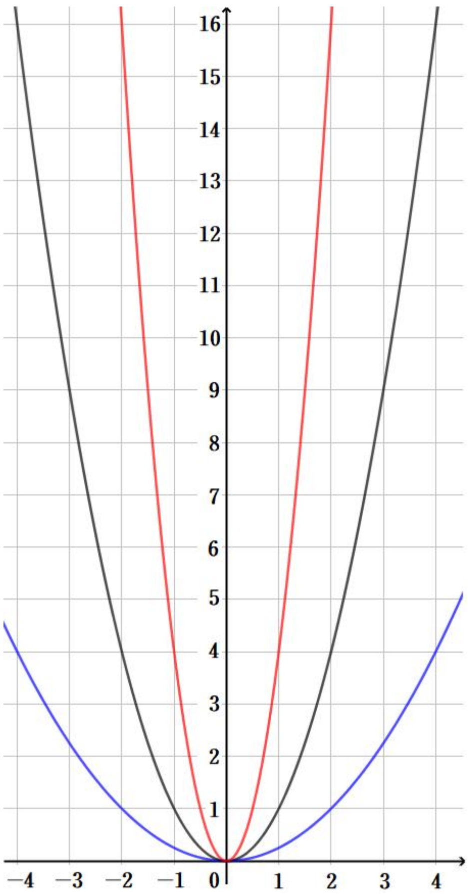
$y=pf(x)$의 그래프의 특징:

아래 그래프마다 알맞은 식을 짝지으시오.

(1) $y=x^2$

(2) $y=(2x)^2$

(3) $y=\left(\frac{1}{2}x\right)^2$



수능한권

WorkBook

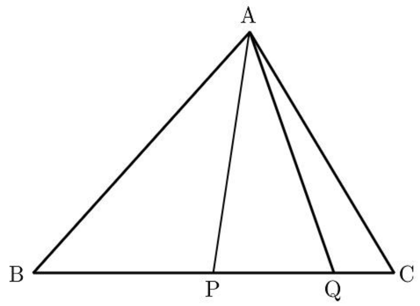
수학 I

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 ○△X					

175. [2025년 6월 (공통) 14번]

$\overline{\mathrm{AB}}=2\sqrt{7}$인 삼각형 ABC에서 선분 BC의 중점을 P, 선분 BC를 5 : 1로 내분하는 점을 Q라 하자. $\overline{\mathrm{AQ}}=3\sqrt{2}$, $\sin(\angle\mathrm{QAP}):\sin(\angle\mathrm{APQ})=\sqrt{2}:3$일 때, 삼각형 ABC의 외접원의 넓이는? [4점]

① $\frac{85}{9}\pi$ ② $\frac{88}{9}\pi$ ③ $\frac{91}{9}\pi$
④ $\frac{94}{9}\pi$ ⑤ $\frac{97}{9}\pi$

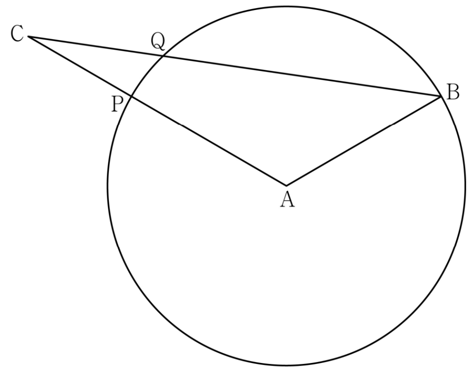


복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 ○△X					

176. [2025년 28예시문항 (공통) 19번]

$\cos A=-\frac{1}{2}$, $\sin B:\sin C=5:3$인 삼각형 ABC에서 점 A를 중심으로 하고 점 B를 지나는 원이 두 선분 AC, BC와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 선분 PB의 길이가 $3\sqrt{3}$일 때, 선분 PQ의 길이는? (단, 점 Q는 점 B가 아니다.) [4점]

① $\frac{4}{7}$ ② $\frac{9}{14}$ ③ $\frac{5}{7}$
④ $\frac{11}{14}$ ⑤ $\frac{6}{7}$



복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 ○△X					

1등급

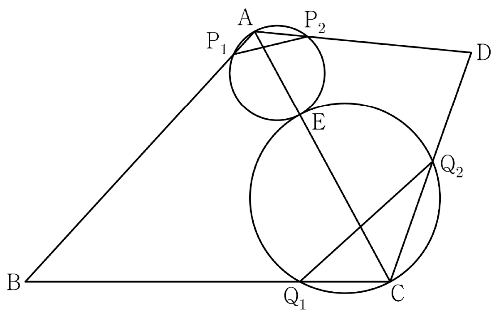
181. [2023년 6월 (공통) 13번]

그림과 같이

$\overline{BC}=3$, $\overline{CD}=2$, $\cos(\angle BCD)=-\frac{1}{3}$, $\angle DAB>\frac{\pi}{2}$

인 사각형 ABCD에서 두 삼각형 ABC와 ACD는 모두 예각삼각형이다. 선분 AC를 $1:2$로 내분하는 점 E에 대하여 선분 AE를 지름으로 하는 원이 두 선분 AB, AD와 만나는 점 중 A가 아닌 점을 각각 P_1, P_2라 하고, 선분 CE를 지름으로 하는 원이 두 선분 BC, CD와 만나는 점 중 C가 아닌 점을 각각 Q_1, Q_2라 하자.

$\overline{P_1P_2}:\overline{Q_1Q_2}=3:5\sqrt{2}$이고 삼각형 ABD의 넓이가 2일 때, $\overline{AB}+\overline{AD}$의 값은? (단, $\overline{AB}>\overline{AD}$) [4점]



① $\sqrt{21}$ ② $\sqrt{22}$ ③ $\sqrt{23}$
④ $2\sqrt{6}$ ⑤ 5

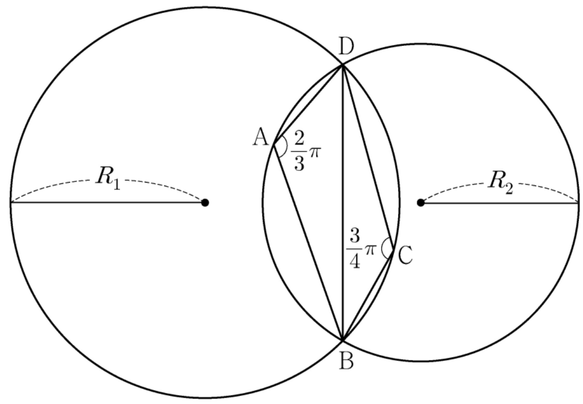
복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 ○△X					

182. [2023년 9월 (공통) 20번]

그림과 같이

$\overline{AB}=2$, $\overline{AD}=1$, $\angle DAB=\frac{2}{3}\pi$, $\angle BCD=\frac{3}{4}\pi$

인 사각형 ABCD가 있다. 삼각형 BCD의 외접원의 반지름의 길이를 R_1, 삼각형 ABD의 외접원의 반지름의 길이를 R_2라 하자.

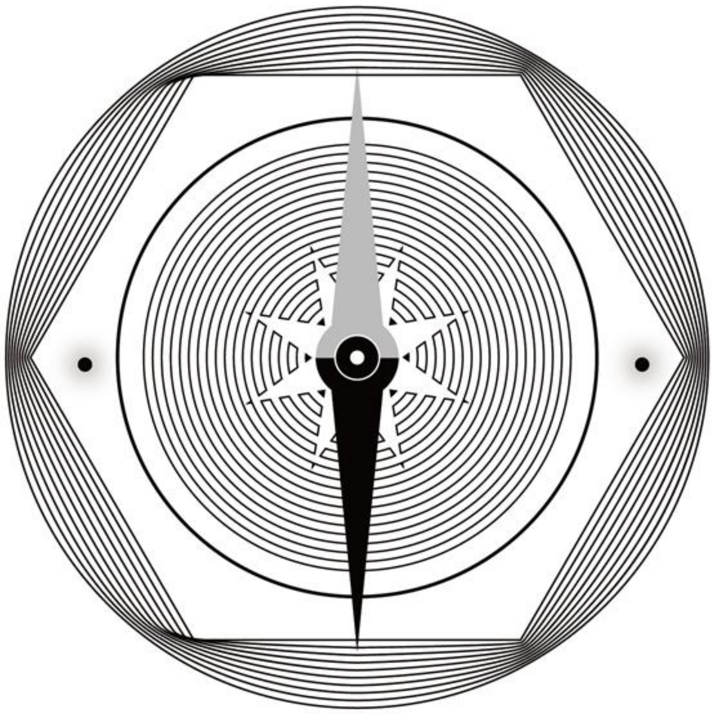


다음은 $R_1\times R_2$의 값을 구하는 과정이다.

> 삼각형 BCD에서 사인법칙에 의하여
> $$R_1=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\overline{BD}$$
> 이고, 삼각형 ABD에서 사인법칙에 의하여
> $$R_2=\boxed{(가)}\times\overline{BD}$$
> 이다. 삼각형 ABD에서 코사인법칙에 의하여
> $$\overline{BD}^2=2^2+1^2-(\ \boxed{(나)}\ )$$
> 이므로
> $$R_1\times R_2=\boxed{(다)}$$
> 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r이라 할 때, $9\times(p\times q\times r)^2$의 값을 구하시오. [4점]

수능한권

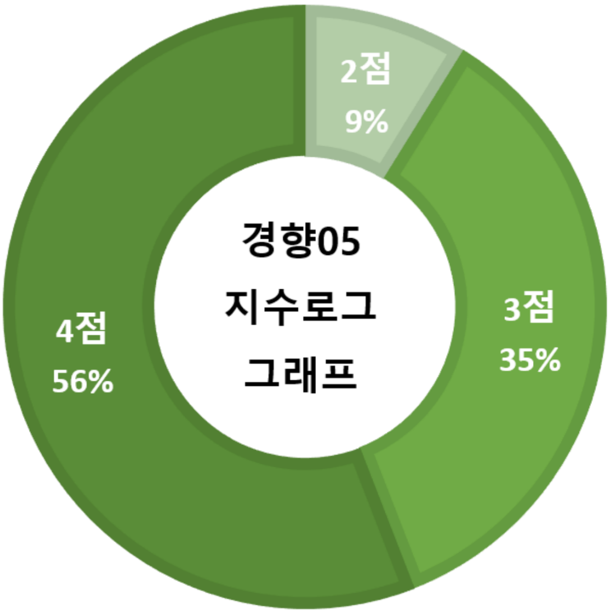


수학 I

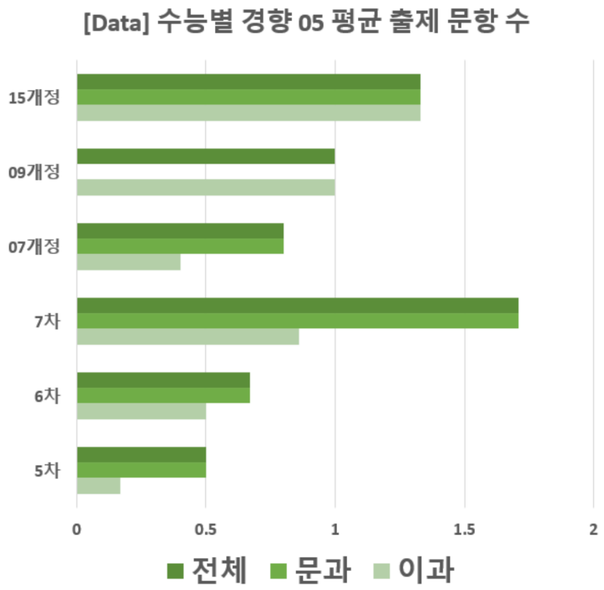
프리즘 해설서

경향 05 Minor Trend

경향05 수능 출제 난이도



경향05 수능별 데이터 (1)



COMMENT

바야흐로 지금 수능은 지수로그 고난도 그래프 시대다. 현 평가원이 7차 교육과정의 유행 패턴과 비슷한 모습을 보이더니 작년 평가원은 특히 더 심하게(?) 출제하였다. 작년 6월 평가원에서 10번과 22번으로, 9월 평가원에서 12번과 22번으로 출제했고 26수능에서 평가원은 4점 문항 2개를 지수로그 그래프로 할애하였다. 공통범위 4점 문항 중 수1과목에 할당 되어 있는 4점 문항이 5개인데 그 중 40%가 지수로그 그래프에서 출제하고 있는 것이니 이 경향의 위상이 어느 정도인지 여실하게 보여준다고 생각한다.

최근 수능에서 수2 그래프에서 자주 나오던 출제 포인트(최대최소, 실근의 개수 등)를 섞어서 출제한 적도 있다. 전반적인 그래프 그리는 테크닉도 함께 연습해두는 편이 좋고 고난도 지수로그 계산도 섞여서 나오기 때문에 경향 01 지수로그 고난도 계산도 꼼꼼하게 살펴보자.

경향05 수능 출제 전망

■■■■■

15개정 평가원 100% 출제

경향05 지수로그 단원 내 출제 비율

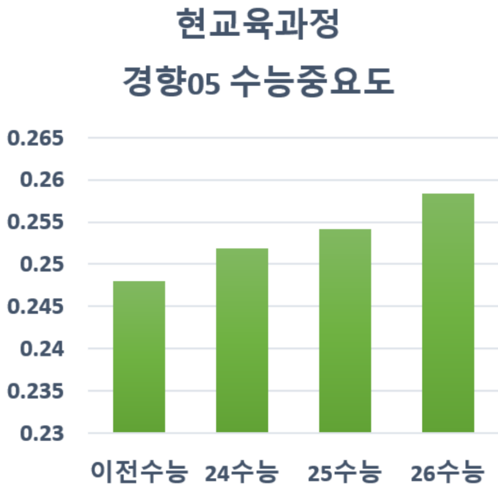
25%

경향05 공부 우선순위

★★★

쉬운 문항부터 고난도 문항까지 빠짐없이

경향05 수능별 데이터 (2)



경향 05 Minor Trend

경향05 실전개념분석 022

1등급

22. [2024년 수능 (공통) 21번]

양수 a에 대하여 $x \geq -1$에서 정의된 함수 $f(x)$는

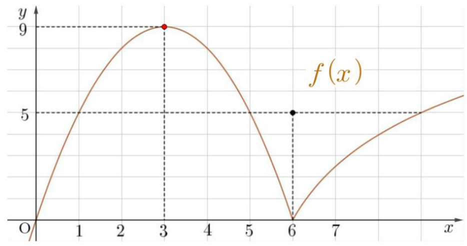
$$f(x)=\begin{cases} -x^2+6x & (-1 \leq x < 6) \\ a\log_4(x-5) & (x \geq 6) \end{cases}$$

이다. $t \geq 0$인 실수 t에 대하여 닫힌구간 $[t-1,\ t+1]$에서의 $f(x)$의 최댓값을 $g(t)$라 하자. 구간 $[0,\ \infty)$에서 함수 $g(t)$의 최솟값이 5가 되도록 하는 양수 a의 최솟값을 구하시오. [4점]

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

10

아무 생각 없이 풀려고 들지 말고
극댓값이 있는 $x=3$, 함수식이 바뀌는 $x=6$
기준으로 관찰해야겠다는 생각을 할 줄 알아야 한다!

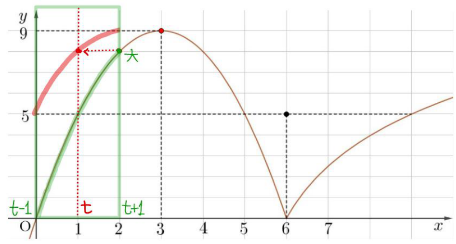


i) $0 < t < 2$인 경우

$t+1 < 3$이므로

$[t-1,\ t+1]$에서의 $f(x)$의 최댓값 $g(t)$는

$g(t)=f(t+1)$

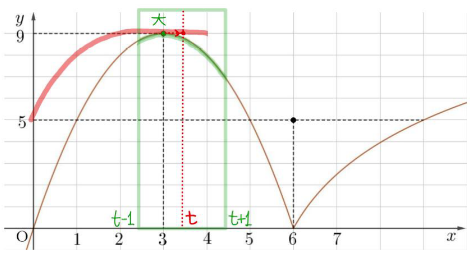


ii) $2 \leq t \leq 4$인 경우

$t-1 \leq 3 \leq t+1$이므로

$[t-1,\ t+1]$에서의 $f(x)$의 최댓값 $g(t)$는

$g(t)=f(3)=9$



Analysis

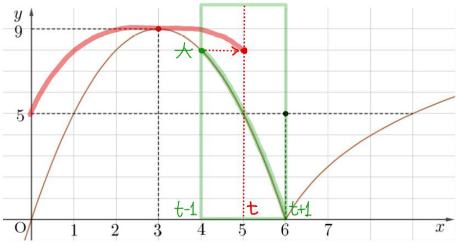
$g(t)$를 규정하는 방식이 미분적분 그래프 고난도 문제에 자주 나오는 방식이다. 그만큼 그래프를 그리는 기본기가 얼마나 탄탄한지를 물어보는 문제이다.

ⅲ) $4 < t \le 5$인 경우

$t-1 > 3$이므로

$[t-1,\ t+1]$에서의 $f(x)$의 최댓값 $g(t)$는

$g(t) = f(t-1)$



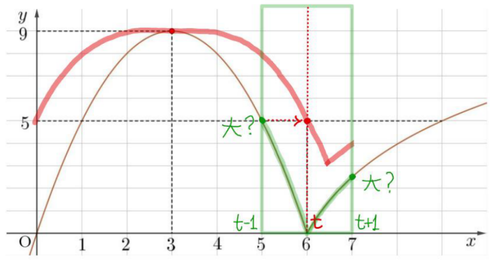
ⅳ) $5 < t < 7$인 경우

$[t-1,\ t+1]$에서의 $f(x)$의 최댓값 $g(t)$는

a값에 따라 다르다. 아래 둘 중 큰 값이다.

ⓐ $g(t) = f(t-1) = -(t-1)^2 + 6(t-1)$ $(\because t-1 < 6)$

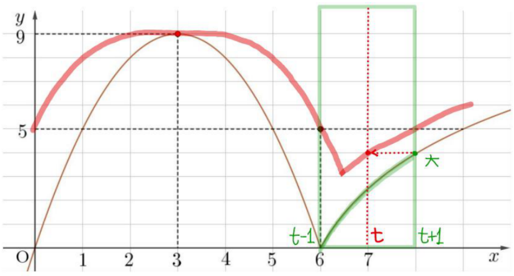
ⓑ $g(t) = f(t+1) = a\log_4\{(t+1)-5\}$ $(\because t+1 > 6)$



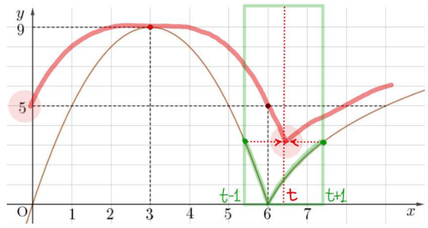
ⅴ) $t \ge 7$인 경우

$[t-1,\ t+1]$에서의 $f(x)$의 최댓값 $g(t)$는

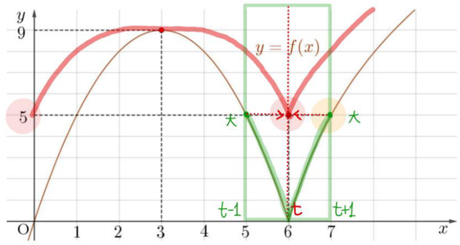
$g(t) = f(t+1)$



$g(t)$의 최솟값이 5가 되도록 하려면 $f(7) \ge 5$이어야 한다.



⇓



$\therefore$ $a\log_4 2 \ge 5$ ⇔ $a \ge 10$

$\therefore$ 양수 a의 최솟값은 10이다.

경향 05 Minor Trend

경향05 실전개념분석 026

1등급

26. [2026년 수능 (공통) 22번]
곡선 $y=\log_{16}(8x+2)$ 위의 점 $\mathrm{A}(a,\ b)$와 곡선 $y=4^{x-1}-\dfrac{1}{2}$ 위의 점 B가 제1사분면에 있다. 점 A를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점이 직선 OB 위에 있고 선분 AB의 중점의 좌표가 $\left(\dfrac{77}{8},\ \dfrac{133}{8}\right)$일 때, $a\times b=\dfrac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

457

(step1) 두 함수의 관계 파악하기

$f(x)=\log_{16}(8x+2)$, $g(x)=4^{x-1}-\dfrac{1}{2}$라고 하자.

$g(x)=4^{x-1}-\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{4}4^{x}-\dfrac{1}{2}$

$f(x)=\log_{16}(8x+2)$의 역함수를 구해보면

$x=\log_{16}(8y+2)$

$\Leftrightarrow\ 16^{x}=8y+2$

$\Leftrightarrow\ y=\dfrac{1}{8}16^{x}-\dfrac{1}{4}$

$\therefore\ f^{-1}(x)=\dfrac{1}{8}16^{x}-\dfrac{1}{4}$

$y=\dfrac{1}{4}4^{x}-\dfrac{1}{2}$과 $y=\dfrac{1}{8}16^{x}-\dfrac{1}{4}$ 식의 형태가 유사하다는 걸 느낄 수 있다.
두 식의 관련성을 파악하기 위해 아래와 같이 변형해보자.

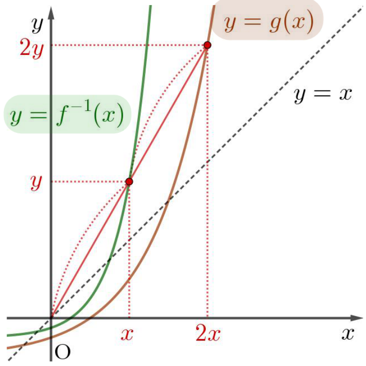
$y=f^{-1}(x)$

$\Leftrightarrow\ y=\dfrac{1}{8}16^{x}-\dfrac{1}{4}$

$\Leftrightarrow\ 2y=\dfrac{1}{4}4^{2x}-\dfrac{1}{2}$

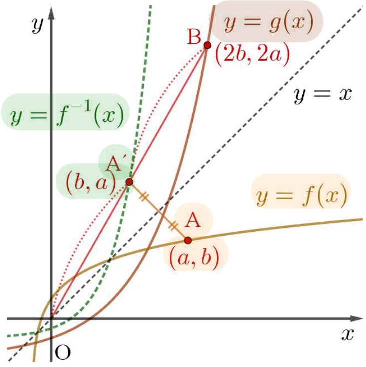
$\Leftrightarrow\ 2y=g(2x)$

$\therefore$ $y=g(x)$에서
x자리에 $2x$를 대입, y자리에 $2y$를 대입하면 $y=f^{-1}(x)$와 같은 식이 나온다는 걸 알 수 있다.



$y=g(x)$의 그래프는 $y=f^{-1}(x)$의 그래프의 모든 점의 x좌표를 2배, y좌표를 2배 곱한 점들로 이루어진 그래프이다.

(step2) 점 B의 좌표 구하기



$y=f(x)$ 위의 점 A를 $y=x$에 대하여 대칭이동한 $y=f^{-1}(x)$ 위의 점을 A′이라 하면

점 $\mathrm{A}(a,\ b)$

$\Leftrightarrow\ \mathrm{A}'(b,\ a)$

$\Leftrightarrow\ \mathrm{B}(2b,\ 2a)$

$\therefore$ 선분 AB의 중점의 좌표는 $\left(\dfrac{a+2b}{2},\ \dfrac{b+2a}{2}\right)$

$\dfrac{a+2b}{2}=\dfrac{77}{8}$, $\dfrac{b+2a}{2}=\dfrac{133}{8}$

$\Leftrightarrow\ a+2b=\dfrac{77}{4}$, $2a+b=\dfrac{133}{4}$

$\therefore\ a=\dfrac{63}{4}$, $b=\dfrac{7}{4}$

$\therefore\ a\times b=\dfrac{63}{4}\times\dfrac{7}{4}=\dfrac{441}{16}$

$\therefore\ p+q=16+441=457$

Analysis

■ $y=f(px)$ 그래프

$y=f(x)$의 그래프에 대한
$y=f(px)$의 그래프의 특징:

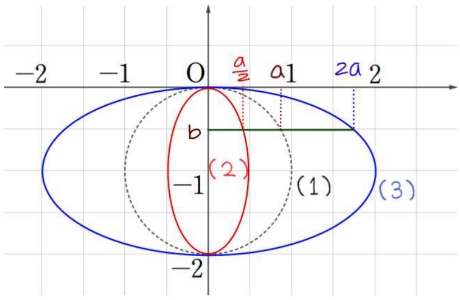
→ $y=f(x)$ 그래프의 점들의 x좌표 $\frac{1}{p}$배

주어진 $x^2+(y+1)^2=1$의 그래프를
참고하여 아래 식의 그래프를 그리시오.

(1) $x^2+(y+1)^2=1$

(2) $(2x)^2+(y+1)^2=1$

(3) $\left(\frac{1}{2}x\right)^2+(y+1)^2=1$

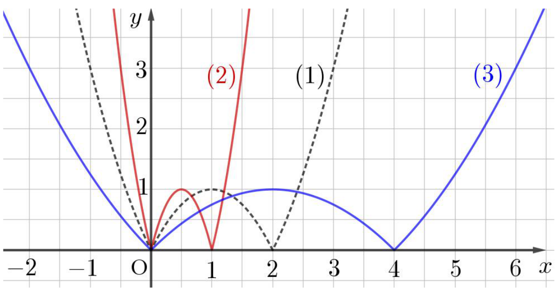


주어진 $y=|x^2-2x|$의 그래프를
참고하여 아래 식의 그래프를 그리시오.

(1) $y=|x^2-2x|$

(2) $y=|(2x)^2-2(2x)|$

(3) $y=\left|\left(\frac{1}{2}x\right)^2-2\left(\frac{1}{2}x\right)\right|$



■ $py=f(x)$ 그래프

$y=f(x)$의 그래프에 대한
$py=f(x)$의 그래프의 특징:

→ $y=f(x)$ 그래프의 점들의 y좌표 $\frac{1}{p}$배

■ $y=pf(x)$ 그래프

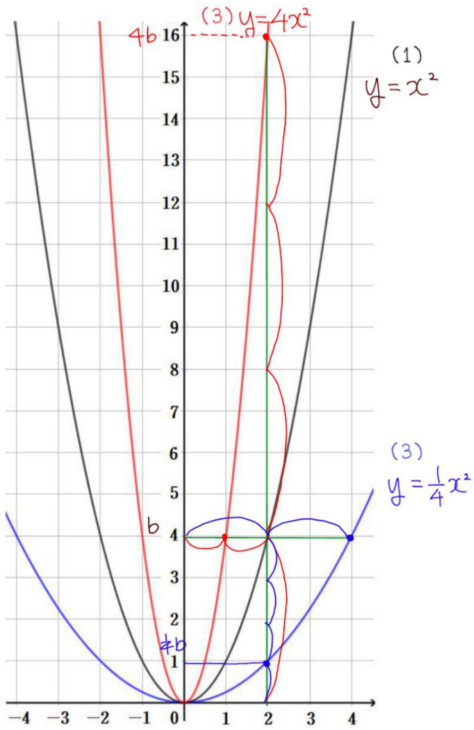
$y=f(x)$의 그래프에 대한
$y=pf(x)$의 그래프의 특징:
→ $y=f(x)$ 그래프의 점들의 y좌표 p배

아래 그래프마다 알맞은 식을 짝지으시오.

(1) $y=x^2$

(2) $y=(2x)^2$

(3) $y=\left(\frac{1}{2}x\right)^2$



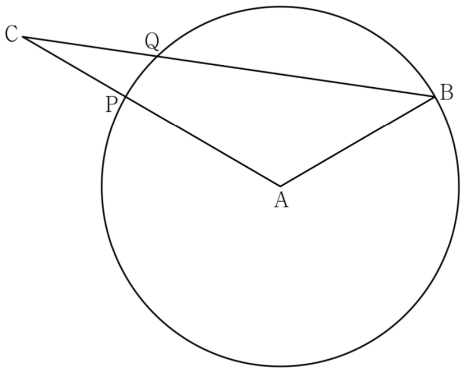
복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 O△X					

176. [2025년 28예시문항 (공통) 19번]

$\cos A = -\frac{1}{2}$, $\sin B : \sin C = 5 : 3$인 삼각형 ABC에서 점 A를 중심으로 하고 점 B를 지나는 원이 두 선분 AC, BC와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 선분 PB의 길이가 $3\sqrt{3}$일 때, 선분 PQ의 길이는? (단, 점 Q는 점 B가 아니다.) [4점]

① $\frac{4}{7}$ ② $\frac{9}{14}$ ③ $\frac{5}{7}$

④ $\frac{11}{14}$ ⑤ $\frac{6}{7}$



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

구하는 것 ‣ $\overline{PQ}$

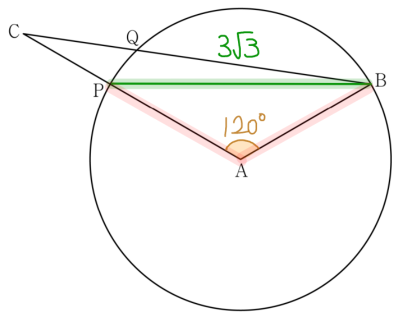
■ $\overline{PB}$ → 외접원 등장 → 사인법칙

→ $\overline{PB} = 2R\sin A$

■ $\sin B : \sin C = 5 : 3$ 각이 많을 때 → 사인법칙

■ [단서]2변1각→[답]1변 → 코사인법칙

(step1) 외접원에 대한 단서 → 사인법칙



$\cos A = -\frac{1}{2}$이므로 $\angle A = 120^\circ$

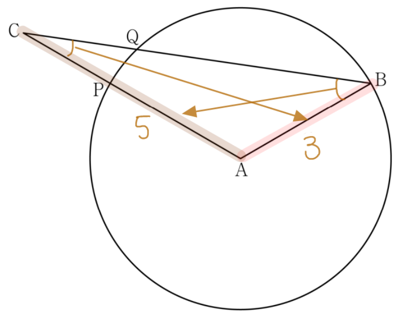
원의 반지름을 R이라 하면 사인법칙에 의해

$\overline{PB} = 2R\sin 120^\circ$

⇔ $3\sqrt{3} = 2R\frac{\sqrt{3}}{2}$

∴ $R = \overline{AB} = 3$

(step2) 사인값의 비 단서 → 사인법칙



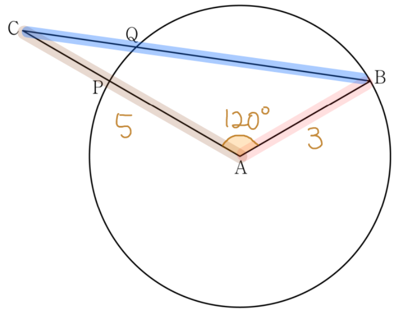
$\sin B : \sin C = 5 : 3$이므로 사인법칙에 의하여

⇔ $\overline{AC} : \overline{AB} = 5 : 3$

∴ $\overline{AC} = 5$ ($\because$ $\overline{AB} = 3$)

(step3) 코사인법칙 활용법 (변이 많을 때)

[단서]2변1각→[답]1변 → 코사인법칙



$\overline{BC}^2 = 5^2 + 3^2 - 2\times5\times3\times\cos120^\circ = 49$

$\therefore \overline{BC} = 7$

도형의 필연성

필연성 08

사인법칙 활용법 (각이 많을 때)

[단서] → [답]

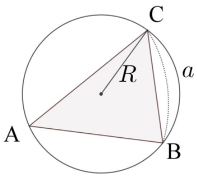
✓ 2변 1각 → 1각

✓ 1변 2각 → 1변

✓ 외접원 등장

Skill 사인법칙 실전용 (2)

✓ 외접원 있을 때



$a = 2R\sin A$

필연성 08

코사인법칙 활용법 (변이 많을 때)

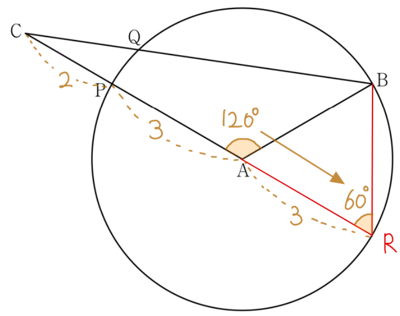
[단서] → [답]

✓ 2변 1각 → 1변

✓ 3변 → 각

(step4) 닮음 활용

직선 AC가 원과 만나는 점 중 P가 아닌 점을 R이라 하자.

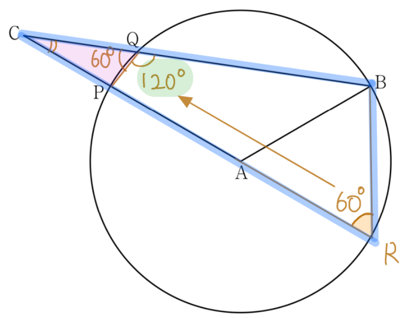


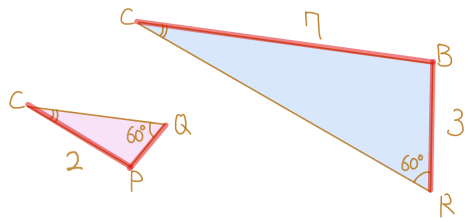
[개념] 원주각 : 중심각 = 1 : 2

$\angle R = 60^\circ$

$\angle PQB = 120^\circ$

$\angle PQC = 60^\circ$





$\triangle CPQ$, $\triangle CRB$는 서로 닮음이므로 (AA닮음)

$\overline{CP} : \overline{PQ} = \overline{CB} : \overline{BR}$

$2 : \overline{PQ} = 7 : 3$

$\therefore \overline{PQ} = \frac{6}{7}$

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 ○△X					

177. [2024년 6월 (공통) 10번]

다음 조건을 만족시키는 삼각형 ABC의 외접원의 넓이가 9π일 때, 삼각형 ABC의 넓이는? [4점]

(가) $3\sin A = 2\sin B$
(나) $\cos B = \cos C$

① $\frac{32}{9}\sqrt{2}$ ② $\frac{40}{9}\sqrt{2}$ ③ $\frac{16}{3}\sqrt{2}$
④ $\frac{56}{9}\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{64}{9}\sqrt{2}$

각이 2개 이상

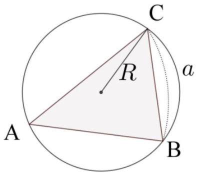
필연성 08

사인법칙 활용법 (각이 많을 때)

[단서] → [답]
✓ 2변 1각 → 1각
✓ 1변 2각 → 1변
✓ 외접원 등장

Skill 사인법칙 실전용 (2)

✓ 외접원 있을 때



$a = 2R\sin A$

Skill 사인법칙의 흔적

✓ 사인끼리의 실수배 or 비례식이 나오면
→ 변 길이의 비로 활용한다! (사인법칙의 본질)

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

→ $a : b : c = \sin A : \sin B : \sin C$

필연성 05

대칭 도형 → 반띵

✓ 이등변삼각형 → 직각 삼각형

필연성 09

코사인법칙 활용법 (변이 많을 때)

[단서] → [답]
✓ 2변 1각 → 1변
✓ 3변 → 각

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

구하는 것 : △ABC의 넓이
■ 외접원 → 사인법칙
■ 사인끼리의 실수배 → 사인법칙
■ 변 길이에 대한 단서가 많다 → 코사인법칙

(step1) 조건 (가) 활용하기

꼭짓점 A, B가 마주보는 변의 길이 a, b에 대하여

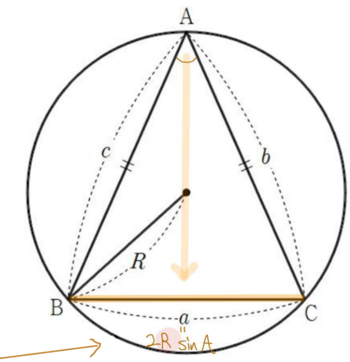
$3\sin A = 2\sin B \Leftrightarrow \sin A : \sin B = a : b = 2 : 3$

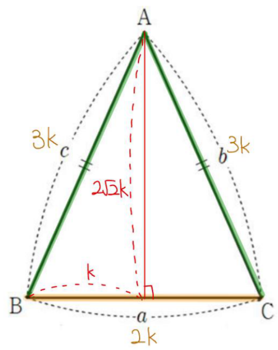
(step2) 조건 (나) 활용하기

$\cos B = \cos C \Leftrightarrow \angle B = \angle C$

∴ △ABC는 b=c인 이등변삼각형

∴ $a = 2k,\ b = 3k,\ c = 3k$





{△ABC의 넓이} $= \frac{1}{2} \cdot 2k \cdot 2\sqrt{2}k = 2\sqrt{2}k^2$

외접원의 넓이 9π → 외접원의 반지름 R=3

$a = 2k = 2R\sin A$를 활용하기 위해 $\sin A$값 필요

(step3) 변 길이에 대한 단서가 많다 → 코사인법칙

$$\cos A = \frac{3^2 + 3^2 - 2^2}{2 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{7}{9}$$

$$\sin A = \sqrt{1 - \left(\frac{7}{9}\right)^2} = \frac{4\sqrt{2}}{9}$$

$$a = 2k = 2R\sin A = 2 \cdot 3 \cdot \frac{4\sqrt{2}}{9}$$

$$\therefore k = \frac{4\sqrt{2}}{3}$$

{△ABC의 넓이}

$$= \frac{1}{2} \cdot 2k \cdot 2\sqrt{2}k = 2\sqrt{2}k^2$$

$$= 2\sqrt{2}\left(\frac{4\sqrt{2}}{3}\right)^2 = \frac{64}{9}\sqrt{2}$$

복습	1회	2회	3회	4회	5회
채점 ○△X					

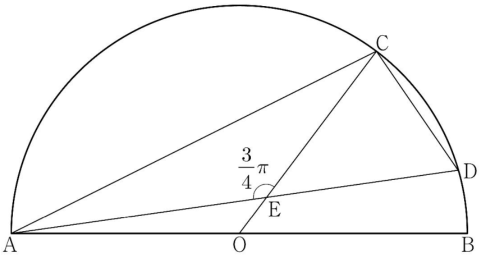
1등급

185. [2022년 9월 (공통) 13번]

그림과 같이 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB위에 두 점 C, D가 있다. 선분 AB의 중점 O에 대하여 두 선분 AD, CO가 점 E에서 만나고,

$\overline{\mathrm{CE}}=4,\quad \overline{\mathrm{ED}}=3\sqrt{2},\quad \angle\mathrm{CEA}=\dfrac{3}{4}\pi$

이다. $\overline{\mathrm{AC}}\times\overline{\mathrm{CD}}$의 값은? [4점]



① $6\sqrt{10}$ ② $10\sqrt{5}$ ③ $16\sqrt{2}$
④ $12\sqrt{5}$ ⑤ $20\sqrt{2}$

필연성 09

코사인법칙 활용법 (변이 많을 때)

[단서] → [답]

✓ 2변 1각 → 1변

✓ 3변 → 각

필연성 01

원 나오면 → 중심과 특별점 잇기

✓ 접점 → 접선과 수직

필연성 08

사인법칙 활용법 (각이 많을 때)

[단서] → [답]

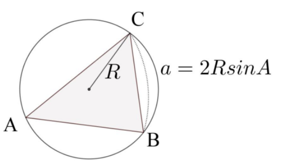
✓ 2변 1각 → 1각

✓ 1변 2각 → 1변

✓ 외접원 등장

Skill 사인법칙 실전용 (2)

✓ 외접원 있을 때



수능수학 Big Data Analyst 김지석

수능한권 Prism 해설

풀이1

구하는 답 ‣ $\overline{\mathrm{AC}}\times\overline{\mathrm{CD}}$

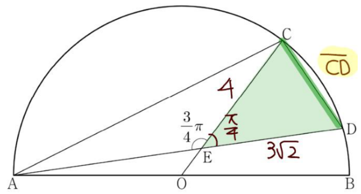
■ $\overline{\mathrm{CD}}$ → [단서]2변 1각→[답]1변 → 코사인법칙

■ $\overline{\mathrm{AC}}$ → 외접원 등장 → 사인법칙

→ $\overline{\mathrm{AC}}=2r\sin\mathrm{D}$

→ 반지름 r → 원 나오면→중심과 특별점 잇기

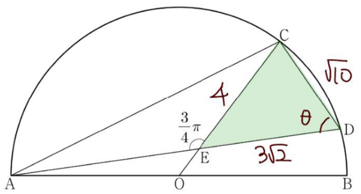
(step1) 코사인법칙 활용 → $\overline{\mathrm{CD}}$ 구하기



$$\overline{\mathrm{CD}}^2=4^2+(3\sqrt{2})^2-2\cdot4\cdot3\sqrt{2}\cdot\cos\frac{\pi}{4}$$

$\therefore\ \overline{\mathrm{CD}}=\sqrt{10}$

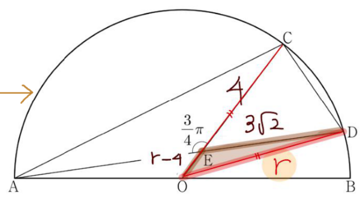
(step2) 코사인법칙 활용 → $\angle\mathrm{D}=\theta$ 구하기



$$\cos\theta=\frac{(3\sqrt{2})^2+\sqrt{10}^2-4^2}{2\cdot3\sqrt{2}\cdot\sqrt{10}}=\frac{1}{\sqrt{5}}$$

$\therefore\ \sin\theta=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$

(step3) 코사인법칙 활용 → 반지름 r 구하기



$$r^2=(r-4)^2+(3\sqrt{2})^2-2(r-4)3\sqrt{2}\cos\frac{3\pi}{4}$$

$\therefore\ r=5$

(step4) 사인법칙 실전용 (2) → $\overline{\mathrm{AC}}$ 구하기

$\therefore\ \overline{\mathrm{AC}}=2r\sin\theta=2\times5\times\dfrac{2}{\sqrt{5}}=4\sqrt{5}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AC}}\times\overline{\mathrm{CD}}=4\sqrt{5}\times\sqrt{10}=20\sqrt{2}$

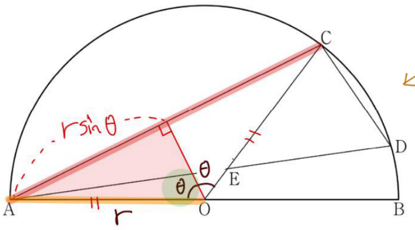
수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

풀이2

구하는 답 ‣ $\overline{AC}\times\overline{CD}$

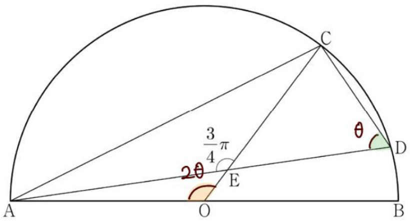
■ $\overline{CD}$ → [단서]2변 1각→[답]1변 → 코사인법칙

■ $\overline{AC}$ → 이등변삼각형 → 반띵



→ $\overline{AC}=2r\sin\theta$

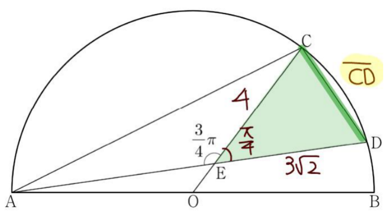
→ [중학도형] 중심각=원주각×2



→ $\angle O=2\angle D$ → $\angle D=\theta$

■ 원 나오면→중심과 특별점 잇기

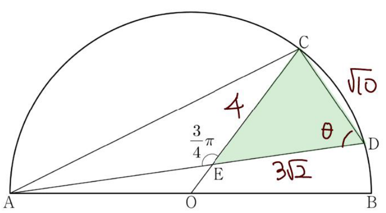
(step1) 코사인법칙 활용 → $\overline{CD}$ 구하기



$$\overline{CD}^2=4^2+(3\sqrt{2})^2-2\cdot4\cdot3\sqrt{2}\cdot\cos\frac{\pi}{4}$$

$\therefore\ \overline{CD}=\sqrt{10}$

(step2) 코사인법칙 활용 → $\angle D=\theta$ 구하기



$$\cos\theta=\frac{(3\sqrt{2})^2+\sqrt{10}^2-4^2}{2\cdot3\sqrt{2}\cdot\sqrt{10}}=\frac{1}{\sqrt{5}}$$

$\therefore\ \sin\theta=\frac{2}{\sqrt{5}}$

도형의 필연성

필연성 05

대칭 도형 → 반띵

✓ 이등변삼각형 → 직각 삼각형

필연성 09

코사인법칙 활용법 (변이 많을 때)

[단서] → [답]

✓ 2변 1각 → 1변

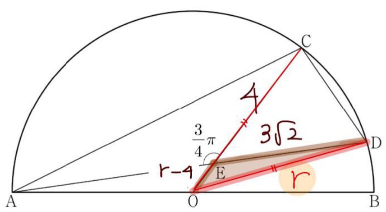
✓ 3변 → 각

필연성 01

원 나오면 → 중심과 특별점 잇기

✓ 접점 → 접선과 수직

(step3) 코사인법칙 활용 → 반지름 r 구하기



$$r^2=(r-4)^2+(3\sqrt{2})^2-2(r-4)3\sqrt{2}\cos\frac{3\pi}{4}$$

$\therefore\ r=5$

(step4) 이등변삼각형 → 반띵 → $\overline{AC}$ 구하기

$\therefore\ \overline{AC}=2r\sin\theta=2\times5\times\frac{2}{\sqrt{5}}=4\sqrt{5}$

$\therefore\ \overline{AC}\times\overline{CD}=4\sqrt{5}\times\sqrt{10}=20\sqrt{2}$

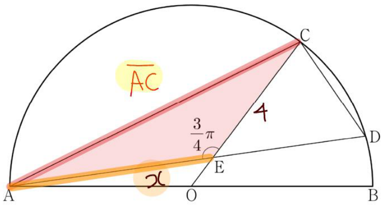
수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

풀이3

구하는 답 ▸ $\overline{AC} \times \overline{CD}$

▪ $\overline{CD}$ → [단서]2변 1각→[답]1변 → 코사인법칙

▪ $\overline{AC}$ → $\angle CEA = \frac{3}{4}\pi$ 활용 → 코사인법칙



→ $\overline{AC}^2 = x^2 + 4^2 - 2 \cdot x \cdot 4 \cdot \cos\frac{3\pi}{4}$

→ $\overline{AE} = x$ 구하기

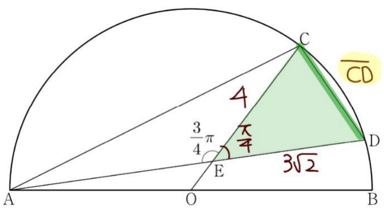
▪ △AEO : 정보가 많은 삼각형

△AEC : 정보가 부족한 삼각형

→ $\overline{AE}$: 공통부분

▪ 원 나오면→중심과 특별점 잇기

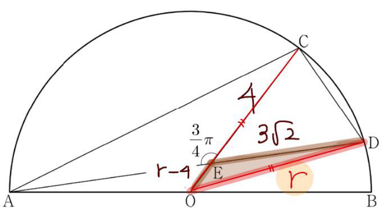
(step1) 코사인법칙 활용 → $\overline{CD}$ 구하기



$\overline{CD}^2 = 4^2 + (3\sqrt{2})^2 - 2 \cdot 4 \cdot 3\sqrt{2} \cdot \cos\frac{\pi}{4}$

$\therefore\ \overline{CD} = \sqrt{10}$

(step2) 코사인법칙 활용 → 반지름 r 구하기



$r^2 = (r-4)^2 + (3\sqrt{2})^2 - 2(r-4)3\sqrt{2}\cos\frac{3\pi}{4}$

$\therefore\ r = 5$

도형의 필연성

필연성 09

코사인법칙 활용법 (변이 많을 때)

[단서] → [답]

✓ 2변 1각 → 1변

✓ 3변 → 각

필연성 15

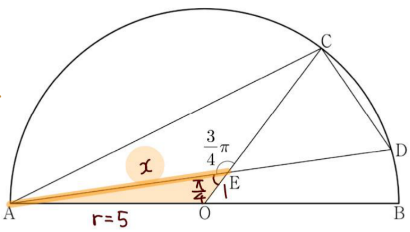
길이를 모르는 삼각형과
길이를 아는 삼각형이 섞여 있을 때
→ 공통부분을 찾아라!

필연성 01

원 나오면 → 중심과 특별점 잇기

✓ 접점 → 접선과 수직

(step3) 코사인법칙 활용 → $\overline{AE}$ 구하기



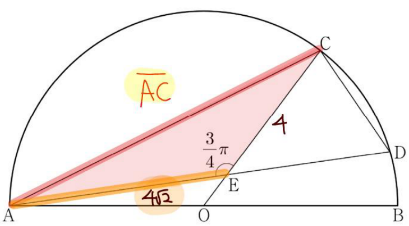
$5^2 = x^2 + 1^2 - 2 \cdot x \cdot 1 \cdot \cos\frac{\pi}{4}$

⇔ $x^2 - \sqrt{2}x - 24 = 0$

⇔ $x = \dfrac{\sqrt{2} \pm \sqrt{2 - 4(-24)}}{2}$

$\therefore\ x = 4\sqrt{2}$

(step4) 코사인법칙 활용 → $\overline{AC}$ 구하기



$\overline{AC}^2 = (4\sqrt{2})^2 + 4^2 - 2 \cdot 4\sqrt{2} \cdot 4\cos\frac{3\pi}{4}$

$\therefore\ \overline{AC} = 4\sqrt{5}$